Лекционный материал
Тема 8.1 Многогранники (6 часов)

Определения внутренней точки, открытого множества, области, граничной точки, ограниченного множества, геометрического тела, многогранника, грани, ребра, вершины, диагонали многогранника, выпуклого и правильного многогранников. Развертка.

Многогранники, в известном смысле, является пространственным аналогом многоугольника. Тем не менее, для строгого его определения нам понадобятся несколько вспомогательных понятий.

В школьных учебниках геометрии многогранниками обычно называются тела, поверхности которых состоят из конечного числа многоугольников, назы-ваемых гранями многогранника. Стороны и вершины этих многоугольников называются соответственно ребрами и вершинами многогранника.

Правильные многогранники

Выпуклый многогранник называется правильным, если его гранями являются равные правильные многоугольники, и все многогранные углы равны.

Рассмотрим возможные правильные многогранники и прежде всего те из них, гранями которых являются правильные треугольники. Наиболее простым таким правильным многогранником является треугольная пирамида, гранями которой являются правильные треугольники (рис. 1). В каждой ее вершине сходится по три грани. Имея всего четыре грани, этот многогранник называется также правильным тетраэдром, или просто тетраэдром, что в переводе с греческого языка означает четырехгранник.

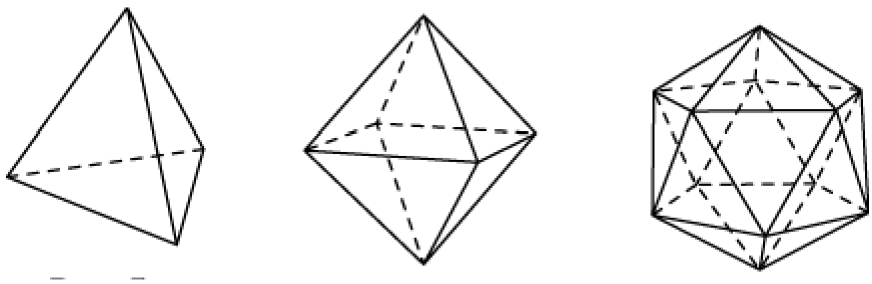


Рис.1. Рис.2. Рис.3.

Многогранник, гранями которого являются правильные треугольники, и в каждой вершине сходится четыре грани, изображен на рисунке 2. Его поверхность состоит из восьми правильных треугольников, поэтому он называется октаэдром.

Многогранник, в каждой вершине которого сходится пять правильных треугольников, изображен на рисунке 3. Его поверхность состоит из двадцати правильных треугольников, поэтому он называется икосаэдром.

Заметим, что поскольку в вершинах выпуклого многогранника не может сходиться более пяти правильных треугольников, то других правильных многогранников, гранями которых являются правильные треугольники, не существует.

Аналогично, поскольку в вершинах выпуклого многогранника может сходиться только три квадрата, то, кроме куба (рис. 4), других правильных многогранников, у которых гранями являются квадраты не существует. Куб имеет шесть граней и поэтому называется также гексаэдром.

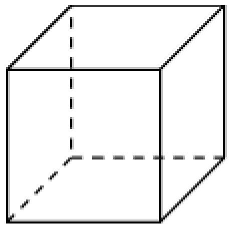


Рис.4.

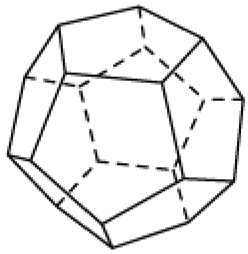


Рис.5.

Многогранник, гранями которого являются правильные пятиугольники, и в каждой вершине сходится три грани, изображен на рисунке 5. Его поверхность состоит из двенадцати правильных пятиугольников, поэтому он называется додекаэдром.

Рассмотрим понятие правильного многогранника с точки зрения топологии науки, изучающей свойсва фигур, не зависящих от различных деформаций без разрывов. С этой точки зрения, например, все треугольники эквивалентны, так как один треугольник всегда может быть получен из любого другого соответствующим сжатием или растяжением сторон. Вообще все многоугольники с одинаковым числом сторон эквивалентны по той же причине.

Многогранник называется *выпуклым*, если он является выпуклой фигурой, т.е. вместе с любыми двумя своими точками содержит и соединяющий их отрезок

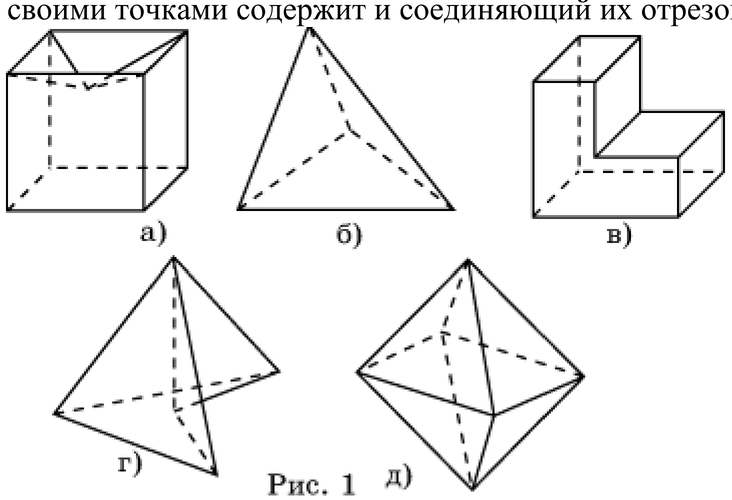


Рис. 1

Свойство 1. В выпуклом многограннике все грани являются выпуклыми многоугольниками.

Свойство 2. Выпуклый многогранник может быть составлен из пирамид с общей вершиной, основания которых образуют поверхность многогранника.

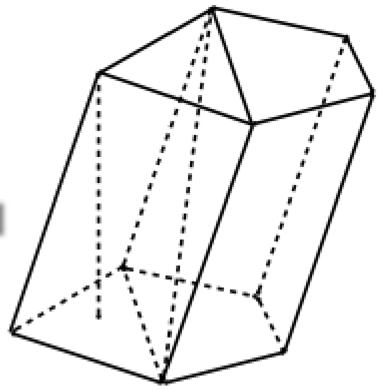
Свойство 3. Выпуклый многогранник лежит по одну сторону от плоскости каждой своей грани.

Призма и ее свойства.

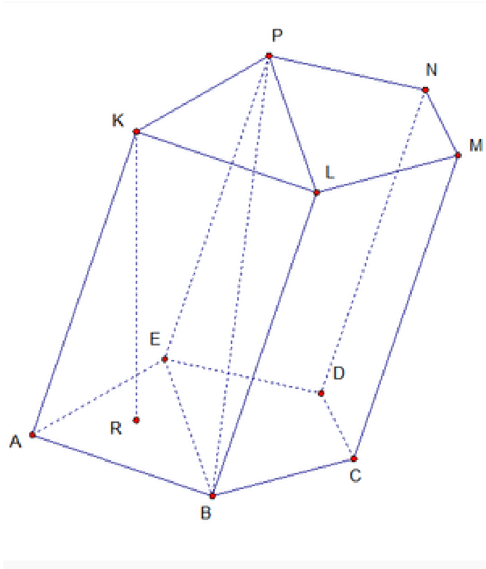
Определение призмы, высоты призмы, диагонали призмы. Свойства призмы. Изображение призмы и построение ее сечения. Прямая призма. Правильная призма.

Призма (от др.-греч. πρίσμα (лат. prisma) «нечто отпиленное») - многогранник, две грани которого являются конгруэнтными (равными) многоугольниками, лежащими в параллельных плоскостях, а остальные грани - параллелограммами, имеющими общие стороны с этими многоугольниками. Или (равносильно) - это многогранник, в основаниях которого лежат равные многоугольники, а боковые грани - параллелограммы.

Призма



Название	Определение	Обозначения на чертеже	Чертеж
Основания	Две грани, являющиеся конгруэнтными многоугольниками, лежащими в параллельных плоскостях.	ABCDE,	
Боковые грани	Все грани, кроме оснований. Каждая боковая грань обязательно является параллелограммом.	ABLK, BCML , CDNM, DEPN, EAKP	
Боковая поверхность	Объединение боковых граней.		
Полная поверхность	Объединение оснований и боковой поверхности.		
Боковые ребра	Общие стороны боковых граней.	AK,BL,CN, DM ,EP	
Высота	Отрезок, соединяющий плоскости, в которых лежат основания призмы и перпендикулярный этим плоскостям.	KR	
Диагональ	Отрезок, соединяющий две вершины призмы, не принадлежащие одной грани.	BP	
Диагональная плоскость	Плоскость, проходящая через пересекающиеся		

	диагональ основания и боковое ребро призмы.		
Диагональное сечение	Пересечение призмы и диагональной плоскости. В сечении образуется параллелограмм, в том числе его частные случаи — ромб, прямоугольник, квадрат.	EBLP	
Перпендикулярное (ортагональное) сечение	Пересечение призмы и плоскости, перпендикулярной ее боковому ребру.		

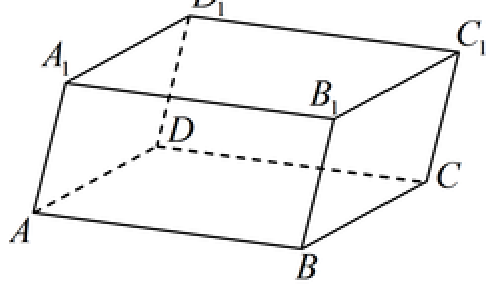
Свойства призмы

1. Основания призмы являются равными многоугольниками.
2. Боковые грани призмы являются параллелограммами.
3. Боковые ребра призмы параллельны и равны.
4. Объём призмы равен произведению её высоты на площадь основания: $V = S \cdot h$
5. Площадь полной поверхности призмы равна сумме площади её боковой поверхности и удвоенной площади основания.
6. Площадь боковой поверхности произвольной призмы $S = P \cdot l$,где P - периметр перпендикулярного сечения, l - длина бокового ребра.
7. Площадь боковой поверхности прямой призмы $S = P \cdot h$, где P - периметр основания призмы, h - высота призмы.
8. Перпендикулярное сечение перпендикулярно ко всем боковым рёбрам призмы.
9. Углы перпендикулярного сечения - это линейные углы двугранных углов при соответствующих боковых рёбрах.
10. Перпендикулярное сечение перпендикулярно ко всем боковым граням.

Параллелепипед и его свойства.

Определение параллелепипеда. Свойства параллелепипеда с доказательствами. Куб..

Параллелепипедом называется призма, основанием которой служит параллелограмм.



Параллелограммы, из которых составлен параллелепипед, называются его гранями, их стороны — *ребрами*, а вершины параллелограммов — *вершинами* параллелепипеда. У параллелепипеда все грани — параллелограммы.

Параллелепипеды, как и всякие призмы, могут быть *прямые* и *наклонные*.

Обычно выделяют какие-нибудь две противоположные грани и называют их основаниями, а остальные грани — боковыми гранями параллелепипеда. Ребра параллелепипеда, не принадлежащие основаниям, называют боковыми ребрами.

Две грани параллелепипеда, имеющие общее ребро, называются смежными, а не имеющие общих ребер — противоположными.

Отрезок, соединяющий две вершины, не принадлежащие одной грани, называется диагональю параллелепипеда.

Прямой параллелепипед, у которого основанием является прямоугольник, называется прямоугольным параллелепипедом. У прямоугольного параллелепипеда все грани — прямоугольники.

Длины не параллельных ребер прямоугольного параллелепипеда называются его линейными размерами (измерениями). У прямоугольного параллелепипеда три линейных размера.

Свойства параллелепипеда:

1. Противоположные грани параллелепипеда равны и параллельны.
2. Все четыре диагонали параллелепипеда пересекаются в одной точке и делятся этой точкой пополам.
3. Боковые грани прямого параллелепипеда — прямоугольники.
4. Квадрат диагонали прямоугольного параллелепипеда равен сумме квадратов трех его измерений.

Пирамида. Правильная пирамида. Усеченная пирамида. Тетраэдр.

Определения пирамиды и его основных элементов. Усеченная пирамида. Правильная пирамида. Тетраэдр.

Пирамида

Рассмотрим многоугольник $A_1, A_2, ..., A_n$ и точку *P*, не лежащую в плоскости этого многоугольника. Соединив точку *P* отрезками с вершинами многоугольника, получим n треугольников (рис.1.): $PA_1A_2, PA_2A_3, ...PA_nA_1$.

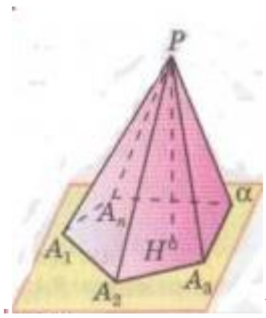
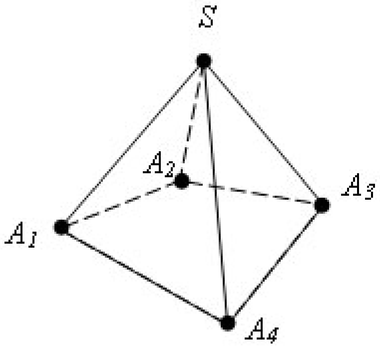


рис.1.

Многогранник, составленный из n - угольника $A_1, A_2, ..., A_n$ и n треугольников

$PA_1A_2, PA_2A_3,...PA_nA_1$, называется ***пирамидой***. Многоугольник $A_1, A_2,..., A_n$ называется основанием, а треугольники $PA_1A_2, PA_2A_3,...PA_nA_1$ - *боковыми гранями* пирамиды. Точка *P* – вершиной пирамиды, а отрезки $PA_1, PA_2,...PA_n$ - ее *боковыми ребрами*. Пирамиду с основанием $A_1, A_2,..., A_n$ и вершиной Р обозначают так: $PA_1A_2...A_n$ - и называют n – угольной пирамидой.

На рисунке 2 изображены четырехугольная и шестиугольная пирамиды. Ясно, что треугольная пирамида – это *тетраэдр*.



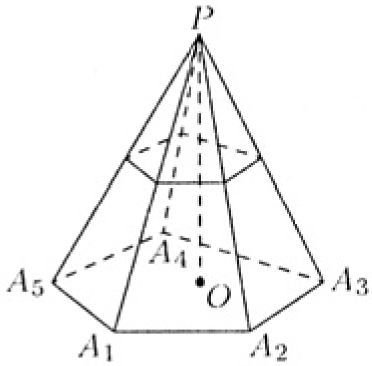


Рис.2.

Перпендикуляр, проведенный из вершины пирамиды к плоскости основания, называется высотой пирамиды. На (рис 1) отрезок PH является высотой пирамиды.

Площадью полной поверхности пирамиды называется сумма площадей всех ее граней (т.е. основания и боковых граней), а площадью боковой поверхности пирамиды – сумма площадей ее боковых граней. Очевидно, $S_{полн} = S_{бок} + S_{осн}$.

Правильная пирамида

Пирамида называется правильной, если

1) ее основание – правильный многоугольник;

2) ее высота – отрезок, соединяющий вершину пирамиды с ее центром.

Одним из примеров правильной пирамиды являются египетские пирамиды. Это четырехугольные пирамиды.

Свойства правильной пирамиды.

Все боковые ребра правильной пирамиды равны, а боковые грани являются равными равнобедренными треугольниками.

Доказательство данных фактов проводится устно:

1. Любое боковое ребро представляет собой гипотенузу прямоугольного треугольника, одним катетом которого служит высота пирамиды, а другим – радиус описанной около основания окружности. Эти прямоугольные треугольники равны. Следовательно, равны их гипотенузы.
2. Так как боковые ребра правильной пирамиды равны, то ее боковые грани - равнобедренные треугольники. Так как $A_1, A_2,..., A_n$ - правильный многоугольник, то основания этих треугольников также равны друг другу. Значит, боковые грани равны (по трем сторонам).

Апофема.

Апофема – высота боковой грани правильной пирамиды, проведенная из ее вершины. Данный термин употребляется для правильной пирамиды, хотя у неправильной пирамиды также могут быть равны высоты боковых граней.

Теорема: Площадь боковой поверхности правильной пирамиды равна половине произведения периметра снования на апофему.

Доказательство

Боковые грани правильной пирамиды – равные равнобедренные треугольники, основания которых – стороны основания пирамиды, а высоты равны апофеме. Площадь S боковой поверхности пирамиды равна сумме произведений сторон основания на половину апофемы d. Вынося множитель $0{,}5d$ за скобки, получим в скобках сумму сторон основания пирамиды, т.е. его периметр. Теорема доказана.

Усеченная пирамида

У*сеченной пирамидой* называется многогранник, у которого вершинами служат вершины основания и вершины ее сечения плоскостью, параллельной основанию.

Свойства усеченной пирамиды:

1. Основания усеченной пирамиды — подобные многоугольники.
2. Боковые грани усеченной пирамиды — трапеции.
3. Боковые ребра правильной усеченной пирамиды равны и одинаково наклонены к основанию пирамиды.
4. Боковые грани правильной усеченной пирамиды — равные между собой равнобедренные трапеции и одинаково наклонены к основанию пирамиды.
5. Двугранные углы при боковых ребрах правильной усеченной пирамиды равны.

Площадь поверхности и объём усеченной пирамиды

Пусть CH — высота усеченной пирамиды, P_1 и P_2 — периметры оснований усеченной пирамиды, S_1 и S_2 — площади оснований усеченной пирамиды, $S_{\text{бок}}$ — площадь боковой поверхности усеченной пирамиды, $S_{\text{полн}}$ — площадь полной поверхности усеченной пирамиды, V — объем усеченной пирамиды. Тогда имеют место следующие соотношения:

$$S_{\text{полн}} = S_1 + S_2 + S_{\text{бок}}$$

$$V = \frac{1}{3}CH(S_1 + S_2 + \sqrt{S_1 S_2}).$$

Если все двугранные углы при основании усеченной пирамиды равны β, а высоты всех боковых граней пирамиды равны $h_{\text{бок}}$, то

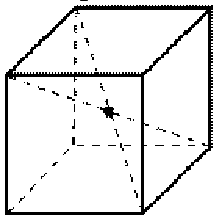
$$S_{\text{бок}} = \frac{1}{2}(P_1 + P_2)h_{\text{бок}}$$

$$S_{бок} = \frac{|S_1 - S_2|}{\cos\beta} \ .$$

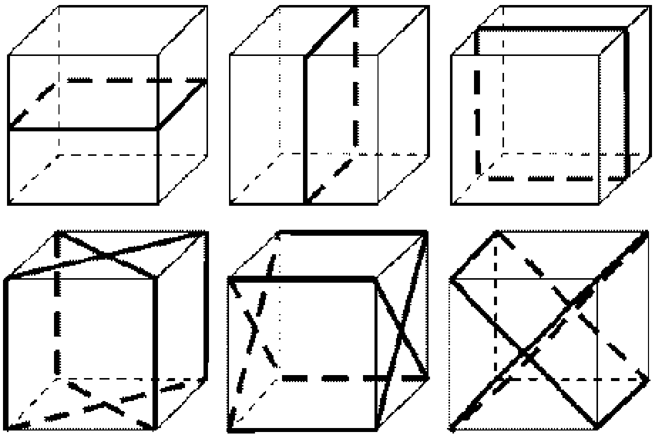
Симметрии в кубе, в параллелепипеде, в призме и пирамиде.

Симметрия куба

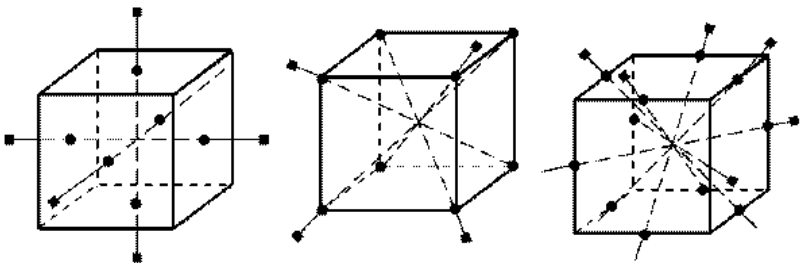
1.Центр симметрии — центр куба (точка пересечения диагоналей куба) (рис. 4).



2.Плоскости симметрии: три плоскости симметрии, проходящие через середины параллельных ребер; шесть плоскостей симметрии, проходящие через противолежащие ребра (рис. 5).

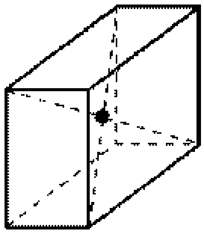


3. Оси симметрии: три оси симметрии, проходящие через центры противолежащих граней; четыре оси симметрии, проходящие через противолежащие вершины; шесть осей симметрии, проходящие через середины противолежащих ребер (рис. 6).

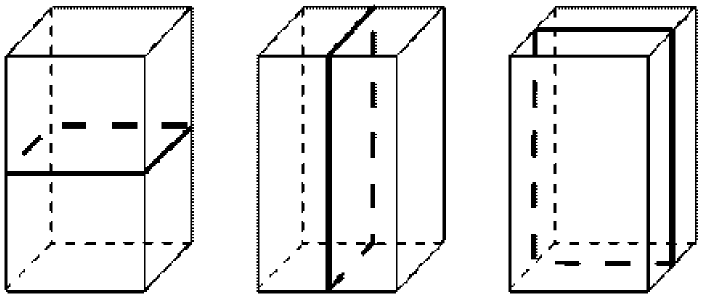


Симметрия прямоугольного параллелепипеда

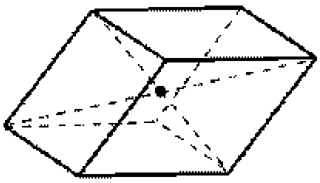
1. Центр симметрии — точка пересечения диагоналей прямоугольного параллелепипеда (рис. 7).



2. Плоскости симметрии: три плоскости симметрии, проходящие через середины параллельных ребер (рис. 8).

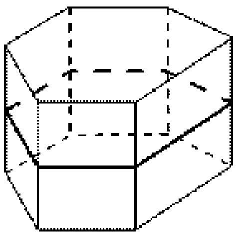


3. Оси симметрии: три оси симметрии, проходящие через точки пересечения диагоналей противолежащих граней (рис. 9).



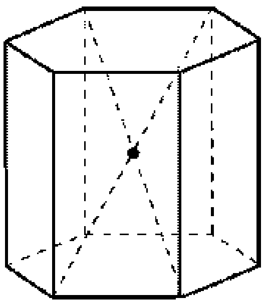
Симметрия прямой призмы

Плоскость симметрии, проходящая через середины боковых ребер (рис. 11).

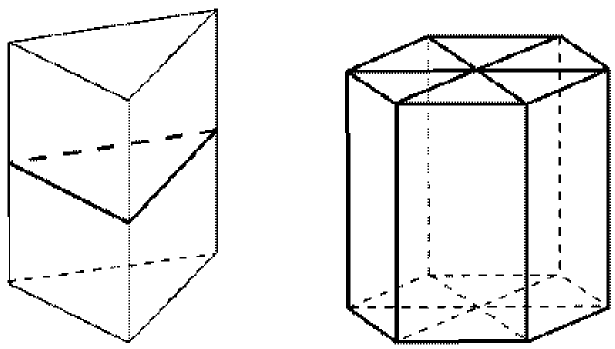


Симметрия правильной призмы

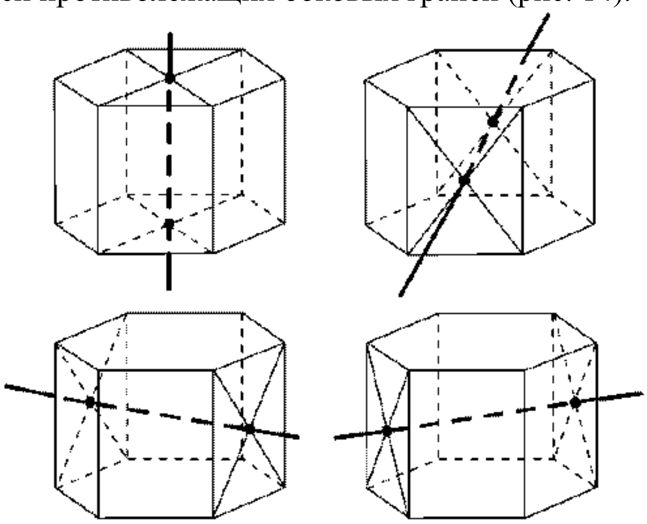
1. Центр симметрии при четном числе сторон основания — точка пересечения диагоналей правильной призмы (рис. 12)



2. Плоскости симметрии: плоскость, проходящая через середины боковых ребер; при четном числе сторон основания — плоскости, проходящие через противолежащие ребра (рис. 13).

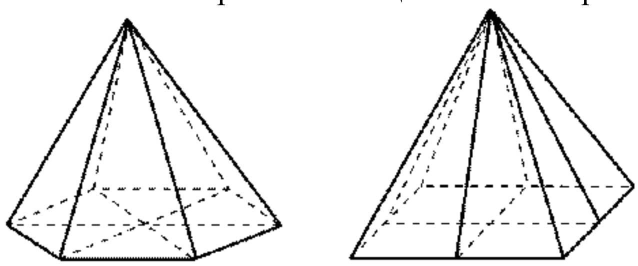


3. Оси симметрии: при четном числе сторон основания — ось симметрии, проходящая через центры оснований, и оси симметрии, проходящие через точки пересечения диагоналей противолежащих боковых граней (рис. 14).

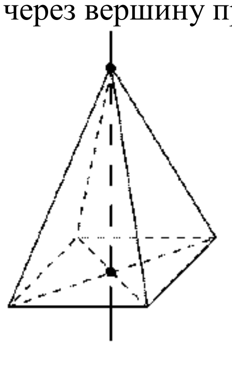


Симметрия правильной пирамиды

1. Плоскости симметрии: при четном числе сторон основания — плоскости, проходящие через противолежащие боковые ребра; и плоскости, проходящие через медианы, проведенные к основанию противолежащих боковых граней (рис. 15).



2. Ось симметрии: при четном числе сторон основания — ось симметрии, проходящая через вершину правильной пирамиды и центр основания (рис. 16).



Вопросы для закрепления:

1. Понятие многогранника. Виды их и свойства.
2. Правильные многогранники.

Задание: сделать конспект лекции и прислать скриншот конспекта на электронную почту:
natawaremizova@mail.ru

Практическое занятие № 29

Тема: Применение определенного интеграла к вычислению площадей фигур.

- Цель: Научиться вычислять площади фигур, используя интеграл.

Порядок выполнения работы:

1. Повторите теоретическую часть работы.
2. Выберите свой вариант заданий.
3. Запишите тему, цель работы.
4. Перепишите условие, перед тем как начнёте выполнять задание.
5. Подробно распишите решение.

Теоретическая часть

Табличные значения неопределенных интегралов

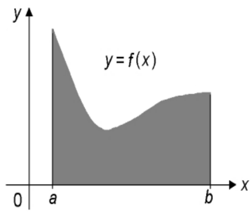
$\int dx = x + c$ $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$ $\int \frac{dx}{x} = \ln\lvert x\rvert + c$ $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + c$ $\int e^x dx = e^x + c$	$\int \sin x dx = -\cos x + c$ $\int \cos x dx = \sin x + c$ $\int \frac{dx}{\cos^2 x} = tgx + c$ $\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -ctgx + c$	$\int \frac{dx}{a^2 + x^2} = \frac{1}{a} arctg \frac{x}{a} + c$ $\int \frac{dx}{a^2 - x^2} = \frac{1}{2a} \ln\left\lvert \frac{x-a}{x+a} \right\rvert + c$

- *Определенный интеграл функции* $f(x)$ на отрезке $[a;b]$ - это предел, к которому стремится интегральная сумма $\sum_{i=1}^{n} f(c_i)\Delta x_i$, при стремлении к нулю длины наибольшего частичного отрезка.

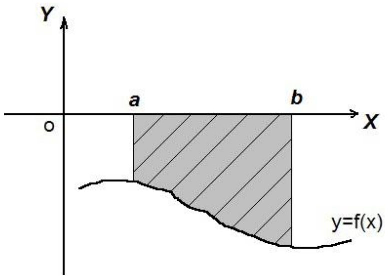
$$\int_a^b f(x)dx = \lim_{\Delta x_i \to 0} \sum_{i=1}^{n} f(c_i)\Delta x_i \text{, где}$$

a - нижний предел интегрирования, b - верхний предел интегрирования.

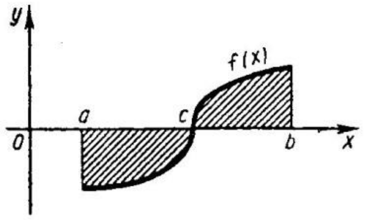
- Для вычисления определенного интеграла служит *формула Ньютона-Лейбница:* $\int_a^b f(x)dx = F(x)\Big|_a^b = F(b) - F(a)$.
- *Геометрический смысл определенного интеграла.* Если интегрируемая на отрезке $[a;b]$ функция $y = f(x)$ неотрицательна, то $\int_a^b f(x)dx$ численно равен площади криволинейной трапеции: $\int_a^b f(x)dx = S_{кр.тр.}$
- *Криволинейная трапеция* - фигура, ограниченная графиком функции $y = f(x)$, осью абсцисс и прямыми $x = a$, $x = b$.



- *Возможны различные случаи расположения плоских фигур в координатной плоскости:*
  1) Если криволинейная трапеция с основанием $[a;b]$ ограничена снизу кривой $y = f(x)$, то из соображений симметрии видно, что площадь фигуры равна $S_\phi = -\int_a^b f(x)dx$ или $S_\phi = \left|\int_a^b f(x)dx\right|$.



  2) Если фигура ограничена кривой, которая принимает и положительные, и отрицательные значения. В этом случае, чтобы вычислить площадь искомой фигуры, необходимо разбить ее на части, тогда $S_\phi = \left|\int_a^c f(x)dx\right| + \int_c^b f(x)dx$

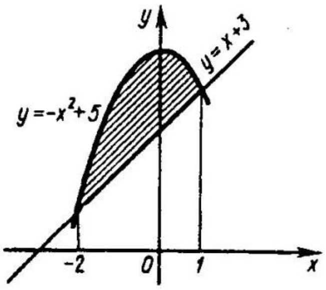


- *Пример. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:*

$y = -x^2 + 5;\ \ y = x + 3.$

Решение. 1) Построим параболу $y = -x^2 + 5$ и прямую $y = x + 3$ в координатной плоскости *(рисунок к задаче).*

2) Выделим (заштрихуем) фигуру, ограниченную данными линиями.



3) Найдем абсциссы точек пересечения параболы и прямой. Для этого решим систему способом сравнения:

$$\begin{cases} y = -x^2 + 5 \\ y = x + 3 \end{cases}$$

$-x^2 + 5 = x + 3$

$x^2 + x - 2 = 0$

$x_1 = -2; \;\; x_2 = 1.$

3) Площадь фигуры найдем как разность площадей криволинейных трапеций, ограниченных параболой и прямой.

$$S_1 = \int_{-2}^{1}\left(-x^2 + 5\right)dx = \left(-\frac{x^3}{3} + 5x\right)\Bigg|_{-2}^{1} = \left(-\frac{1^3}{3} + 5\cdot 1\right) - \left(-\frac{(-2)^3}{3} + 5\cdot(-2)\right) = -\frac{1}{3} + 5 - \frac{8}{3} + 10 =$$

$$= 12\ (\textit{кв.ед.})$$

$$S_2 = \int_{-2}^{1}(x+3)dx = \left(\frac{x^2}{2} + 3x\right)\Bigg|_{-2}^{1} = \left(\frac{1^2}{2} + 3\cdot 1\right) - \left(\frac{(-2)^2}{2} + 3\cdot(-2)\right) = \frac{1}{2} + 3 - 2 + 6 = 7{,}5\ (\textit{кв.ед.})$$

$$S_\phi = S_1 - S_2 = 12 - 7{,}5 = 4{,}5\ (\textit{кв.ед.})$$

5) Ответ. $S_\phi = 4{,}5\ (\textit{кв.ед.})$

- *Алгоритм решения задачи на вычисление площади фигуры, ограниченной заданными линиями:*
  1) Построить в одной координатной плоскости заданные линии.
  2) Заштриховать фигуру, ограниченную данными линиями.
  3) Определить пределы интегрирования (найти абсциссы точек пересечения кривых).
  4) Вычислить площадь фигуры, выбрав необходимую формулу.
  5) Записать ответ.

Задание. Вычислить площади фигур, ограниченных линиями (пользуйтесь алгоритмом решения задачи на вычисление площади фигуры):

<u>Вариант 1.</u>

1) $y = x^2 + 2x - 3, \;\; y = 0.$

2) $y = \cos x, \;\; y = 0, \;\; x = 0, \;\; x = \pi.$

3) $y = x^2 + 1, \;\; y = 10.$

<u>Вариант 2.</u>

1) $y = x^3, \;\; y = 0, \;\; x = -2, \;\; x - 2 = 0.$

2) $y = x^2 - 6x + 8, \;\; y = 0.$

3) $y = x^2 + 2, \;\; y = 2x + 2.$

3) Ответьте устно на вопросы:

- Какие случаи расположения плоских фигур рассмотрели в задании 2?
- Как вычисляли площади фигуры в каждом случае?

Практическое занятие № 30

Тема: Вычисление определенного интеграла (2 часа).

Цель и задачи учебного занятия:

У.17 находить первообразные функций;

У.18 применять первообразную и определенный интеграл для вычисления площади криволинейной трапеции.

Овладение обучающимися:

Л 4. Овладение математическими знаниями и умениями, необходимыми в повседневной жизни, для освоения смежных естественно - научных дисциплин и дисциплин профессионального цикла, для получения образования в областях, не требующих углубленной математической подготовки;

П 5. Сформированность представлений об основных понятиях, идеях и методах математического анализа;

М 3. Владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания.

Ход работы:

Вычислить определённый интеграл с помощью основных свойств и формулы Ньютона-Лейбница

1) $\int_1^2 \left(2x+3x^2\right)dx$; 2) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos 4x\, dx$; 3) $\int_1^2 \frac{1}{x^3}\, dx$; 4) $\int_1^0 \frac{dx}{x}$; 5) $\int_0^{\lg 2} e^x\, dx$; 6) $\int_2^7 \frac{4}{\sqrt{x+2}}\, dx$

7) $\int_{-1}^2 \left(1-3x^2\right)dx$; 8) $\int_{-2\pi}^{\pi} \sin 2x\, dx$; 9) $\int_0^4 \left(3\sqrt{x}-x\right)dx$; 10) $\int_0^1 e^x\, dx$; 11) $\int_1^0 \frac{dx}{x+1}$; 12) $\int_0^{\sqrt{3}} \frac{dx}{1+x^2}$

Практическое занятие № 31

Тема: Приложения определенных интегралов (2 часа).

Цель работы:

обучающий должен знать:

- таблицу значений неопределенных интегралов;
- способы вычисления определенных интегралов;

уметь:

- решать прикладные задачи с помощью определенного интеграла.

Сведения из теории:

Физические приложения определенных интегралов

Вычисление пути, пройденного точкой

Путь, пройденный точкой при неравномерном движении по прямой с переменной скоростью $V=f(t)>0$ за промежуток времени от t_1 до t_2, вычисляется по формуле $S=\int_{t_1}^{t_2} f(t)dt$.

Пример 1.

Скорость движения точки изменяется по закону $V=(3t^2+2t+1)$ м/с. Найти путь, пройденный точкой за 10с от начала движения.

Решение:

согласно условию, $f(t)=3t^2+2t+1$, $t_1=0$, $t_2=10$. По формуле $S=\int\limits_{t_1}^{t_2} f(t)dt$

находим

$$S=\int\limits_0^{10}(3t^2+2t+1)dt=\left(\frac{3t^3}{3}+\frac{2t^2}{2}+t\right)\Bigg|_0^{10}=\left(t^3+t^2+t\right)\Big|_0^{10}=10^3+10^2+10=1110\ (м)$$

.Вычисление работы силы Работа, произведенная переменной силой $f(x)$ при перемещении по оси Оx материальной точки от $x=a$ до $x=b$, находится по формуле:

$$A=\int\limits_a^b f(x)dx.$$

При решении задач на вычисление работы силы часто используется закон Гука: $F=kx$, где F-сила, H; x – абсолютное удлинение пружины, $м$, вызванное силой F, а k – коэффициент пропорциональности, $H/м$.

Пример 2.

Сжатие x винтовой пружины, пропорционально приложенной силе F. Вычислить работу силы F при сжатии пружины на 0,04 м, если для сжатия ее на 0,01 м нужна сила 10 Н.

Решение:

т.к. $x=0{,}01м$ при $F=10H$, то, подставляя эти значения в равенство $F=kx$, получим $10=0{,}01k$, откуда $k=1000\ H/м$.

Подставив теперь в это же равенство значение k, находим $F=1000x$, т.е. $f(x)=1000x$. Искомую работу найдем по формуле $A=\int\limits_a^b f(x)dx$, полагая $a=0$, $b=0{,}04$:

$$A=\int\limits_0^{0,04}1000xdx=\left(\frac{1000x^2}{2}\right)\Bigg|_0^{0,04}=500x^2\Big|_0^{0,04}=500\cdot 0{,}04^2=0{,}8\ (Дж).$$

Задания для решения:

1Скорость движения точки изменяется по закону $V=(-3t^2+12t)$ *м/с*. Найти путь, пройденный точкой от начала движения до ее остановки.	**2**Под действием силы 80*Н* пружина растягивается на 0,02*м*. Первоначальная длина пружины равна 0,15*м*. Какую работу надо совершить, чтобы растянуть её до 0,2*м*?	**3** Пружина в спокойном состоянии имеет длину 0,2*м*. Сила в 50*Н* растягивает пружину на 0,01*м*. Какую работу надо совершить, чтобы растянуть её от 0,22 до 0,32 *м*?
4 При сжатии пружины на 0,05*м* затрачивается работа 25*Дж*. Какую работу необходимо совершить, чтобы сжать пружину на 0,1*м*?	**5** Скорость движения точки $V=(6t^2+4)$ *м/с*. Найти путь, пройденный точкой за 5 *с* от начала движения.	**6** Скорость движения точки $V=(-3t^2+18t)$ *м/с*. Найти путь, пройденный точкой от начала движения до её остановки.
7 Скорость движения точки $V=(8t^{-2}+2t)$ *м/с*. Найти путь, пройденный	**8** Пружина растягивается на 0,02*м* под действием силы 60*Н*. Какую работу	**9** Скорость движения точки изменяется по закону

точкой за 2-ю секунду.	производит эта сила, растягивая пружину на 0,12*м*?	$V=(9t^2-8t)$ *м/с*. Найти путь, пройденный точкой за 4-ю секунду.

Задание: сделать задание и прислать скриншот конспекта на электронную почту: natawaremizova@mail.ru